## *Шановні дев’ятикласники та дев’ятикласниці!*

Цьогоріч ви продовжите вивчати одну з найважливіших математичних дисциплін – алгебру. Допоможе вам у цьому підручник, який ви тримаєте в руках.

Під час вивчення теоретичного матеріалу зверніть увагу на текст, надрукований **жирним** шрифтом. Його треба запам’ятати. Зверніть увагу й на умовні позначення:

 – треба запам’ятати;

 – вправи для повторення;

 – запитання і завдання до теоретичного матеріалу;

 – вправи для підготовки до вивчення нової теми;

**1** – завдання для класної роботи;

**2** – завдання для домашньої роботи;

 – рубрика «Життєва математика»;

 – рубрика «Цікаві задачі – поміркуй одначе»;

 – рубрика «Головне в розділі»;

 – вправи початкового рівня;

 – вправи середнього рівня;

 – вправи достатнього рівня;

 – вправи високого рівня.

Перевірити свої знання та підготуватися до тематичного оцінювання можна, виконуючи завдання «Домашньої самостійної роботи» та «Завдання для перевірки знань». Після кожного розділу наведено вправи для його повторення, а в кінці підручника – «Завдання для перевірки знань за курс алгебри 9 класу». «Задачі підвищеної складності» допоможуть підготуватися до математичної олімпіади та поглибити знання з математики. Також підручник вміщує зразок варіанта атестаційної письмової роботи.

Після вивчення теоретичного матеріалу в школі його обов’язково треба опрацювати вдома.

Підручник містить велику кількість вправ. Більшість з них ви розглянете на уроках та під час домашньої роботи, інші вправи рекомендується розв’язати самостійно.

Цікаві факти з історії розвитку та становлення математики як науки ви знайдете в рубриці «А ще раніше...».

## *Шановні вчительки та вчителі!*

Пропонований підручник містить велику кількість вправ; вправи більшості параграфів подано «із запасом». Тож обирайте їх для використання на уроках і позаурочних заняттях та як домашні завдання залежно від поставленої мети, рівня підготовленості учнів, ступеня диференціації навчання тощо.

Додаткові вправи рубрики «Завдання для перевірки знань» призначено для учнів, які впоралися з основними завданнями раніше за інших учнів. Їх правильне розв'язання вчитель може оцінити окремо. Вправи для повторення розділів можна запропонувати учням під час узагальнювальних уроків або під час повторення і систематизації навчального матеріалу в кінці навчального року. У кінці підручника наведено зразок варіанта атестаційної письмової роботи. Задачі підвищеної складності та «Цікаві задачі – поміркуй одначе» допоможуть задовольнити підвищену цікавість учнів до предмета і сприятимуть їх підготовці до різноманітних математичних змагань.

## *Шановні батьки!*

Якщо ваша дитина пропустить один чи кілька уроків з алгебри, потрібно запропонувати їй за підручником удома самостійно опрацювати матеріал цих уроків. Спочатку учень має прочитати теоретичний матеріал, який викладено простою, доступною мовою та який містить значну кількість зразків виконання вправ, а потім із запропонованих у відповідному тематичному параграфі завдань розв'язати посильні йому вправи.

Упродовж опрацювання дитиною курсу алгебри 9 класу ви можете пропонувати їй додатково розв'язувати вдома вправи, що не розглядалися під час уроку. Це сприятиме якнайкращому засвоєнню навчального матеріалу.

Кожна тема закінчується тематичним оцінюванням. Перед його проведенням запропонуйте дитині виконати завдання «Домашньої самостійної роботи», які подано в тестовій формі, та «Завдання для перевірки знань». Це допоможе пригадати основні типи вправ та якісно підготуватися до тематичного оцінювання.

*Розділ 1*

# Нерівності

У цьому розділі ви:

- **пригадаєте** числові нерівності, подвійні нерівності;
- **ознайомитеся** з поняттями об'єднання і перерізу множин, лінійними нерівностями з однією змінною та їх системами;
- **дізнаєтеся** про властивості числових нерівностей;
- **навчитеся** розв'язувати лінійні нерівності з однією змінною та системи лінійних нерівностей з однією змінною.

## § 1. ЧИСЛОВІ НЕРІВНОСТІ

У попередніх класах ви навчилися порівнювати будь-які числа та записувати результат порівняння у вигляді рівності або нерівності, використовуючи знаки =, >, <. Наприклад, $0{,}4 = \frac{2}{5}$, $-2 > -11$, $5 < 7$. Вираз, який записано зліва від знака нерівності, називають *лівою частиною нерівності*, а вираз, який записано справа, – *правою частиною нерівності*. Так, в останній нерівності лівою частиною нерівності є число 5, а правою – число 7.

Нерівність, обидві частини якої – числа або числові вирази, називають *числовою нерівністю*. Наприклад,

$$1{,}2 > -0{,}8;\ \sqrt{2} < 2;\ 0{,}1 < \frac{1}{9};\ \sqrt{7} + 2 > \sqrt{8}.$$

Для двох довільних чисел $a$ і $b$ правильним є одне і тільки одне із співвідношень: $a > b$, $a < b$ або $a = b$. Раніше ми використовували те чи інше правило порівняння чисел залежно від виду чисел (натуральні числа, десяткові дроби, звичайні дроби з однаковими або різними знаменниками). Але зручно було б мати універсальне правило порівняння.

Відомо, що $5 > 2$. Розглянемо різницю лівої і правої частин цієї нерівності: $5 - 2 = 3 > 0$, різниця є додатною. Розглядаючи різницю лівої і правої частин нерівності $3 < 7$, матимемо: $3 - 7 = -4 < 0$, різниця є від'ємною. У рівності $4 = 4$, розглянувши різницю лівої і правої частин, отримаємо: $4 - 4 = 0$, тобто різниця дорівнює нулю.

Приходимо до *означення порівняння чисел*.

**$a > b$, якщо $a - b > 0$;**
**$a < b$, якщо $a - b < 0$;**
**$a = b$, якщо $a - b = 0$.**

**Приклад 1.** Порівняти $\frac{5}{9}$ і 0,6.

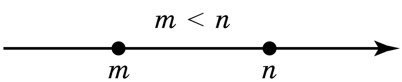
Р о з в ’ я з а н н я. Розглянемо різницю чисел $\frac{5}{9}$ і 0,6:

$$\frac{5}{9} - 0{,}6 = \frac{5}{9} - \frac{3}{5} = \frac{25 - 27}{45} = -\frac{2}{45} < 0.$$

Різниця є від’ємною, тому $\frac{5}{9} < 0{,}6$.

В і д п о в і д ь. $\frac{5}{9} < 0{,}6$.

Нагадаємо, що на координатній прямій меншому числу відповідає точка, що лежить зліва від точки, що відповідає більшому числу. На малюнку 1 точка, що відповідає числу $m$, лежить зліва від точки, що відповідає числу $n$, тому $m < n$.




Мал. 1

Числові нерівності бувають *правильні* і *неправильні*. Наприклад, $\frac{5}{9} < 0{,}6$; $\sqrt{2} > 1$ – правильні числові нерівності, $1{,}8 > 2$; $\frac{3}{8} < -0{,}1$ – неправильні числові нерівності.

Крім знаків $>$ і $<$, які називають *знаками строгої нерівності*, у математиці також використовують знаки $\leqslant$ (читають: «менше або дорівнює», або «не більше») і $\geqslant$ («більше або дорівнює», або «не менше»). Знаки $\geqslant$ і $\leqslant$ називають *знаками нестрогої нерівності*. Нерівності, які містять знак $>$ або $<$, називають *строгими нерівностями*, а ті, що містять знак $\geqslant$ або $\leqslant$, – *нестрогими нерівностями*.

З означення співвідношень «більше», «менше» і «дорівнює» доходимо висновку, що $a \geqslant b$, якщо $a - b \geqslant 0$, і $a \leqslant b$, якщо $a - b \leqslant 0$.

Розглянемо, як за допомогою означення порівняння чисел можна *доводити нерівності*.

**Приклад 2.** Довести, що для будь-якого значення $a$ справджується нерівність

$$(a-3)^2 > (a-2)(a-4).$$

Д о в е д е н н я. Розглянемо різницю лівої і правої частин нерівності та спростимо її:

$(a-3)^2-(a-2)(a-4) = a^2-6a+9-(a^2-2a-4a+8) =$
$= a^2-6a+9-a^2+6a-8 = 1 > 0.$

Оскільки $(a-3)^2-(a-2)(a-4) > 0$ для будь-якого значення $a$, то для будь-якого значення $a$ справджується нерівність $(a-3)^2 > (a-2)(a-4)$, що й треба було довести.

Умову для прикладу 2 можна було сформулювати коротше, наприклад: довести нерівність $(a-3)^2 > (a-2)(a-4)$.

**Приклад 3.** Довести нерівність $2(x-8) \leqslant x(x-6)$.

Д о в е д е н н я. Розглянемо різницю лівої і правої частин нерівності та спростимо її:

$2(x-8)-x(x-6) = 2x-16-x^2+6x = -x^2+8x-16 =$
$= -(x^2-8x+16) = -(x-4)^2.$

Оскільки $(x-4)^2 \geqslant 0$ для будь-якого значення $x$, то $-(x-4)^2 \leqslant 0$. Отже, за означенням, нерівність $2(x-8) \leqslant x(x-6)$ є правильною при будь-якому $x$, що й треба було довести.

**Приклад 4.** Довести нерівність $x^2+4x+y^2-6y+15 > 0$.

Д о в е д е н н я. У виразі, який записано в лівій частині нерівності, виділимо квадрати двочленів:

$x^2+4x+y^2-6y+15 = (x^2+4x+4)-4+(y^2-6y+9)-9+15 =$
$= (x+2)^2+(y-3)^2+2.$

Для будь-яких значень $x$ і $y$: $(x+2)^2 \geqslant 0$ і $(y-3)^2 \geqslant 0$. Тому $(x+2)^2+(y-3)^2 \geqslant 0$, а $(x+2)^2+(y-3)^2+2 > 0$. Отже, $x^2+4x+y^2-6y+15 > 0$, що й треба було довести.

Нагадаємо, що число $\dfrac{a+b}{2}$ називають *середнім арифметичним чисел* $a$ і $b$. Для невід'ємних чисел $a$ і $b$ число $\sqrt{ab}$ називають їх *середнім геометричним*.

**Приклад 5.** Довести, що середнє арифметичне двох невід'ємних чисел $a$ і $b$ не менше від їх середнього геометричного (*нерівність Коші*):

$$\frac{a+b}{2} \geqslant \sqrt{ab}, \text{ де } a \geqslant 0,\ b \geqslant 0.$$

Д о в е д е н н я. Розглянемо різницю лівої і правої частин нерівності та перетворимо її, врахувавши, що $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$ для $a \geqslant 0$, $b \geqslant 0$. Матимемо:

$$\frac{a+b}{2}-\sqrt{ab}=\frac{a-2\sqrt{ab}+b}{2}=\frac{(\sqrt{a})^2-2\sqrt{a}\sqrt{b}+(\sqrt{b})^2}{2}=$$

$$=\frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{2}\geqslant 0 \text{ для всіх } a\geqslant 0 \text{ і } b\geqslant 0.$$

Отже, $\frac{a+b}{2}\geqslant\sqrt{ab}$ для будь-яких $a\geqslant 0$, $b\geqslant 0$, що й треба було довести.

Зауважимо, що знак рівності в нерівності Коші можливий тоді і тільки тоді, коли $a=b$. Якщо $a\neq b$, то $\frac{a+b}{2}>\sqrt{ab}$.

**А ще раніше...**

Поняття «більше» й «менше» виникли одночасно з поняттям «дорівнювати». Адже ще з давніх часів у практичній діяльності людини виникла потреба порівнювати кількість предметів, довжини відрізків, площі ділянок тощо. Так, наприклад, кілька нерівностей є й у видатній праці «Начала» давньогрецького математика Евкліда (бл. 356–300 до н. е.). Зокрема, він наводить доведення нерівності $\frac{a+b}{2}\geqslant\sqrt{ab}$ для додатних чисел $a$ і $b$ геометричним методом.

Інший давньогрецький фізик і математик Архімед (бл. 287–212 до н. е.), щоб оцінити значення відношення довжини кола $C$ до його діаметра $d$ (пізніше назване числом $\pi$), використовує нерівність: $3\frac{10}{71}<\frac{C}{d}<3\frac{1}{7}$.

Звичні нам символи для запису нерівностей з'явилися лише в XVII–XVIII ст. Знаки строгої нерівності ($>$ і $<$) уперше вжив англійський математик Томас Харріот (1560–1621) у праці «Практика аналітичного мистецтва», що вийшла друком у 1631 р. А знаки нестрогої нерівності ($\geqslant$ і $\leqslant$) – у 1734 р. французький математик і астроном П'єр Бугер (1698–1758).

З відомих нерівностей, крім нерівності Коші, зазначимо такі:

1) Нерівність *Бернуллі*.

$$(1+x)^\alpha\geqslant 1+\alpha x, \text{ де } x\geqslant -1,\ \alpha \text{ – ціле число.}$$

2) Нерівність *Чебишова*.

$$\frac{a_1+a_2+\ldots+a_n}{n}\cdot\frac{b_1+b_2+\ldots+b_n}{n}\leqslant\frac{a_1b_1+a_2b_2+\ldots+a_nb_n}{n},$$

де $a_1, a_2, \ldots, a_n, b_1, b_2, \ldots, b_n$ – додатні числа і $a_1\leqslant a_2\leqslant\ldots\leqslant a_n$, $b_1\leqslant b_2\leqslant\ldots\leqslant b_n$.

3) Нерівність *Коші–Буняковського*.

$$(a_1^2 + a_2^2 + \ldots + a_n^2)(b_1^2 + b_2^2 + \ldots + b_n^2) \geqslant (a_1b_1 + a_2b_2 + \ldots + a_nb_n)^2,$$

де $a_1, a_2, \ldots, a_n, b_1, b_2, \ldots, b_n$ – довільні числа.

Остання нерівність була доведена французьким математиком *О.Л. Коші* (1789–1857) та нашим земляком *В.Я. Буняковським*.

Віктор Якович Буняковський (1804–1889) народився в містечку Бар (нині – Вінницька обл.). Навчався він здебільшого за кордоном, в основному у Франції, де його найближчим наставником був сам Коші. У 1825 р. в Паризькому університеті Буняковський захистив дисертацію і отримав ступінь доктора наук. Його дослідження стосувалися галузі прикладної математики та математичної фізики. У 1826 р. він повертається з Парижа до Петербурга та починає викладати математику і механіку у відомих на той час навчальних закладах. Одночасно він перекладав праці Коші з французької.

Назвіть ліву і праву частини нерівності $-5 > -10$. Наведіть приклади числових нерівностей. Сформулюйте означення порівняння чисел. Які нерівності називають строгими? Нестрогими? Сформулюйте та доведіть нерівність між середнім арифметичним і середнім геометричним двох невід'ємних чисел (нерівність Коші).

## Розв'яжіть задачі та виконайте вправи

**1.** Порівняйте числа:

1) $0{,}8$ і $0{,}7$; 2) $-1{,}2$ і $-1{,}25$; 3) $1\frac{2}{3}$ і $\frac{2}{3}$;

4) $-\frac{4}{7}$ і $-\frac{3}{7}$; 5) $\pi$ і $3$; 6) $-2{,}31$ і $0$.

**2.** Порівняйте числа:

1) $1{,}8$ і $1{,}9$; 2) $-1{,}3$ і $-1{,}27$; 3) $\frac{4}{5}$ і $2\frac{4}{5}$;

4) $-\frac{5}{8}$ і $-\frac{7}{8}$; 5) $4$ і $\pi$; 6) $0$ і $-3{,}71$.

**3.** (*Усно*). Які із числових нерівностей правильні:

1) $2{,}7 > -3{,}1$; 2) $0{,}5 < -3{,}17$; 3) $7{,}8 > 7{,}08$;

4) $4{,}1 < 4\frac{1}{10}$; 5) $-7{,}1 > -7{,}19$; 6) $5{,}05 < 5{,}5$?

**4.** Порівняйте числа $a$ і $b$, якщо:

1) $a - b = 5$; 2) $a - b = 0$; 3) $a - b = -7$.

**5.** Порівняйте числа $m$ і $n$, якщо різниця $m - n$ дорівнює:

1) $-18$; 2) $1{,}7$; 3) $0$.

2 **6.** Яке із чисел $x$ чи $y$ менше, якщо:

1) $x + 4 = y$; 2) $y - 2 = x$;
3) $y + 2 = x$; 4) $x - 3 = y$?

**7.** Яке із чисел $a$ чи $b$ більше, якщо:

1) $a - 7 = b$; 2) $a + 3 = b$;
3) $b + 2 = a$; 4) $b - 5 = a$?

**8.** Позначте на координатній прямій точки, що відповідають числам $m$, $n$ і $p$, якщо $m < n$ і $p > n$.

**9.** Запишіть у порядку зростання числа:

$$\frac{4}{5};\ -\frac{3}{7};\ -0{,}1;\ 0;\ \frac{3}{8};\ -1{,}2;\ 0{,}7.$$

**10.** Запишіть у порядку спадання числа:

$$-1{,}2;\ \frac{3}{4};\ 0;\ -0{,}99;\ 0{,}8;\ -0{,}6;\ 0{,}51.$$

**11.** Укажіть серед даних нерівностей ті, що є правильними для будь-якого значення $x$:

1) $x^2 > 0$; 2) $x^2 \geqslant 0$; 3) $x + 1 > 0$;
4) $x^2 + 1 > 0$; 5) $(x - 3)^2 \geqslant 0$; 6) $(x + 4)^2 > 0$;
7) $x > -x$; 8) $-x \leqslant x$.

**12.** Доведіть нерівність:

1) $3m + 5 > 3(m - 1)$; 2) $p(p - 2) < p^2 - 2p + 7$;
3) $(a + 1)(a - 1) < a^2$; 4) $x(x + 2) > 2x - 1$.

**13.** Доведіть нерівність:

1) $2a - 3 < 2(a - 1)$; 2) $c(c + 2) > c^2 + 2c - 3$;
3) $(x + 2)(x - 2) + 5 > x^2$; 4) $3m - 2 < m(m + 3)$.

**14.** Доведіть нерівність:

1) $x^2 + y^2 \geqslant -2xy$; 2) $p(p - 6) \geqslant -9$;
3) $a(a + b) \geqslant ab$; 4) $m^2 + 5m + 4 \geqslant m$.

**15.** Доведіть нерівність:

1) $m^2 + n^2 \geqslant 2mn$; 2) $t(t + 2) \geqslant -1$;
3) $c(c - d) \geqslant -cd$; 4) $p^2 - 11p + 36 \geqslant p$.

3 **16.** Порівняйте числа:

1) $\sqrt{5} - 2$ і $\dfrac{1}{\sqrt{5} + 2}$; 2) $\sqrt{7} + \sqrt{3}$ і $\dfrac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{3}}$.

**17.** Порівняйте числа:

1) $\sqrt{3} - 1$ і $\dfrac{1}{\sqrt{3} + 1}$;  2) $4 + \sqrt{15}$ і $\dfrac{1}{4 - \sqrt{15}}$.

**18.** Доведіть нерівність:

1) $a^2 + 10a + 26 > 0$;  2) $8a < a^2 + 20$.

**19.** Доведіть нерівність:

1) $b^2 - 4b + 7 > 0$;  2) $-2b < b^2 + 2$.

**20.** Нехай $x$ – довільне число. Порівняйте з нулем значення виразу:

1) $x^2 + 5$;  2) $-(x - 1)^2 - 3$;  3) $(x - 7)^2$;
4) $-(x + 9)^2$;  5) $9 + (x - 1)^2$;  6) $(x - 1)^2 + (x - 2)^2$.

**21.** Доведіть, що: 1) $x^3 - 3x^2 + x - 3 \geqslant 0$, якщо $x \geqslant 3$;

2) $\dfrac{3}{a + 3} > \dfrac{1}{a + 1}$, якщо $a$ – додатне число.

**22.** Доведіть, що: 1) $m^3 + m^2 + 5m + 5 \geqslant 0$, якщо $m \geqslant -1$;

2) $\dfrac{p}{p + 7} < \dfrac{p + 1}{p + 8}$, якщо $p$ – додатне число.

4 **23.** Доведіть нерівність:

1) $m^2 + 4m + p^2 + 2p + 5 \geqslant 0$;
2) $a^2 + b^2 \geqslant 4(a + b) - 8$;
3) $m^2 + n^2 + 1 \geqslant m + n + mn$;
4) $a^2 + b^2 + c^2 > 2(a + b + c) - 4$.

**24.** Для кожного додатного значення $a$ доведіть, що:

1) $a^3 + 2a^2 + a > 0$;  2) $a^3 + 1 \geqslant a^2 + a$;
3) $(a + 1)^3 \leqslant 4(a^3 + 1)$;  4) $a^6 - a^5 + a^4 > 0$.

**25.** Для кожного від'ємного значення $p$ доведіть, що:

1) $p^3 + 10p^2 + 25p \leqslant 0$;  2) $1 - p^3 > p - p^2$.

**26.** Доведіть, що:

1) $\dfrac{7a}{2b} + \dfrac{8b}{7a} \geqslant 4$, якщо $a$ і $b$ – числа одного знака;

2) $\dfrac{3m}{5n} + \dfrac{5n}{12m} \leqslant -1$, якщо $m$ і $n$ – числа різних знаків.

**27.** Доведіть, що:

1) $\dfrac{a}{b} + \dfrac{b}{a} \geqslant 2$, якщо $a > 0$, $b > 0$;

2) $\dfrac{a}{b} + \dfrac{b}{a} \leqslant -2$, якщо $a < 0$, $b > 0$.

**251.** Доведіть нерівність $x^2 - 8x + 19 > 0$.

**252.** Дано: $10 < x < 20$; $2 < y < 5$. Оцініть значення виразу:

1) $2x - y$;   2) $\frac{x}{y}$.

**253.** При яких значеннях $m$ рівняння $mx^2 + 4x - 8 = 0$ не має розв'язків?

## *Життєва математика*

**254.** Даринка і Марічка разом можуть прополоти грядку за 24 хвилини, а Марічка самостійно – за 40 хвилин. За скільки хвилин самостійно може прополоти цю грядку Даринка?

## *Цікаві задачі – поміркуй одначе*

**255.** (*Національна олімпіада США, 1979 р.*). Розв'яжіть рівняння $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + ... + x_{14}^4 = 1599$ у цілих числах.

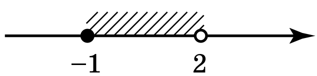
## *Домашня самостійна робота № 1*

Кожне завдання має чотири варіанти відповіді (А–Г), серед яких лише один є правильним. Оберіть правильний варіант відповіді.

**1.** Яке із чисел є розв'язком нерівності $3x > 7$?

**А.** $-2$;   **Б.** $0$;   **В.** $5$;   **Г.** $2$.

**2.** Укажіть проміжок, зображений на малюнку 29.




Мал. 29

**А.** $[-1; 2]$;   **Б.** $[-1; 2)$;
**В.** $(-1; 2)$;   **Г.** $(-1; 2]$.

**3.** Яка з нерівностей є лінійною з однією змінною?

**А.** $3x^2 > 7$;   **Б.** $2 + 1 > 0$;

**В.** $\frac{1}{2x + 7} < 3$;   **Г.** $-3x > 8$.

**4.** Відомо, що $a > b$. Укажіть правильну нерівність.

**А.** $\frac{a}{7} < \frac{b}{7}$;   **Б.** $a + 3 < b + 3$;

**В.** $-a > -b$;   **Г.** $-2a < -2b$.

**5.** Розв'яжіть нерівність $-3x \leqslant -15$.

**А.** $[5; +\infty)$; **Б.** $(-\infty; 5]$;
**В.** $[-5; +\infty)$; **Г.** $(-\infty; -5)$.

**6.** Розв'яжіть систему нерівностей $\begin{cases} x - 2 < 7, \\ 2x \geqslant -4. \end{cases}$

**А.** $[-2; 3)$; **Б.** $[-2; 9)$;
**В.** $(-\infty; -2]$; **Г.** $(9; +\infty)$.

3 **7.** Укажіть вираз, що набуває додатних значень при будь-якому значенні $x$.

**А.** $-x^2$; **Б.** $x^2$; **В.** $x^2 + 2$; **Г.** $(x + 2)^2$.

**8.** Відомо, що $2 < a < 5$ і $1 < b < 3$. Оцініть значення виразу $4a - b$.

**А.** $5 < 4a - b < 19$; **Б.** $7 < 4a - b < 17$;
**В.** $-1 < 4a - b < 4$; **Г.** $9 < 4a + b < 23$.

**9.** Укажіть число, що не належить проміжку [2,5; 3,6).

**А.** $\sqrt{7}$; **Б.** $\sqrt{14}$; **В.** $2\frac{1}{2}$; **Г.** $\sqrt{11}$.

4 **10.** Відомо, що $1 < x < 2$. Оцініть значення виразу $\frac{30}{5 - 2x}$.

**А.** $3\frac{1}{3} < \frac{30}{5 - 2x} < 4\frac{2}{7}$; **Б.** $\frac{30}{5 - 2x} > 0$;
**В.** $15 < \frac{30}{5 - 2x} < 30$; **Г.** $10 < \frac{30}{5 - 2x} < 30$.

**11.** Знайдіть область визначення функції

$$y = \sqrt{x - 2} + \frac{1}{\sqrt{8 - x}} + \frac{1}{x^2 - 9}.$$

**А.** $[2; 8)$; **Б.** $[2; 3) \cup (3; 8]$;
**В.** $[2; 3) \cup (3; 8)$; **Г.** $(2; 3) \cup (3; 8)$.

**12.** При яких значеннях $c$ рівняння $2x^2 + 4x - c = 0$ не має розв'язків?

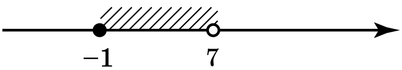
**А.** таких значень $c$ не існує; **Б.** $c < -2$;
**В.** $c \leqslant -2$; **Г.** $c > -2$.

## ЗАВДАННЯ ДЛЯ ПЕРЕВІРКИ ЗНАНЬ ДО § 1–7

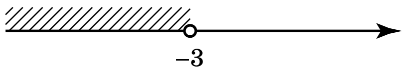
**1.** Чи є розв'язком нерівності $x + 2 > 7$ число:

1) 6; 2) −2; 3) 0; 4) 10?

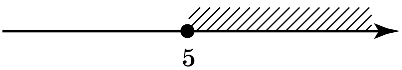
**2.** Запишіть проміжки, зображені на малюнках 30–33:



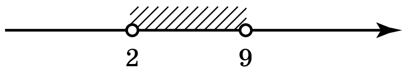

Мал. 30




Мал. 31




Мал. 32




Мал. 33

**3.** Які з нерівностей є лінійними з однією змінною:

1) $-2x^2 > 6$; 2) $-2x > 6$;

3) $2 + 3 < 6$; 4) $\dfrac{1}{-2x} > 6$?

**4.** Відомо, що $x > y$. Порівняйте:

1) $x + 2$ і $y + 2$; 2) $2x$ і $2y$;

3) $-x$ і $-y$; 4) $-4x$ і $-4y$.

**5.** Розв'яжіть нерівність:

1) $-2x \geqslant 8$; 2) $3x - 4 > x + 8$.

**6.** Розв'яжіть систему нерівностей: $\begin{cases} x + 3 < 5, \\ 4x \geqslant -4. \end{cases}$

**7.** Дано: $5 < a < 10$ і $2 < b < 4$. Оцініть значення виразу:

1) $3a - b$; 2) $\dfrac{a}{b}$.

**8.** Доведіть нерівність: $a^2 + 6a + 10 > 0$.

**9.** Знайдіть область визначення функції:

$$y = \sqrt{x - 1} + \frac{1}{\sqrt{7 - x}} + \frac{1}{x^2 - 4}.$$

*Додаткові завдання*

**10.** Доведіть нерівність $(a + 1)(b + 4)(a + b) \geqslant 16ab$, якщо $a \geqslant 0$, $b \geqslant 0$.

**11.** При яких значеннях $a$ рівняння $ax^2 - 2x - 8 = 0$ не має коренів?

## *Вправи для повторення розділу 1*

### До § 1

**256.** Відомо, що $m < n$. Чи може різниця $m - n$ дорівнювати:

1) 2,7;   2) $\pi$;   3) 0;   4) −3,8?

**257.** Доведіть нерівність:

1) $5(m - 3) > 5m - 16$;
2) $x(x + 10) + 2 > 10x$;
3) $(a - 7)(a + 10) < (a + 4)(a - 1)$;
4) $p(p - 6) < (p - 3)^2$;
5) $(m - 2)^2 > -4m$;
6) $p + 1 \leqslant \dfrac{(p + 2)^2}{4}$.

**258.** Які з нерівностей є правильними при будь-якому значенні $a$:

1) $(2a + 3)(2a - 3) < 4a^2 + 2a$;
2) $(3a - 2)(3a + 2) < 49a^2 + 0{,}6$;
3) $(3a - 1)^2 > 3a(3a - 2)$;
4) $7 > (3 - a)(3 + a)$?

**259.** Доведіть нерівність:

1) $(m + 1)^2 \geqslant 4m$;   2) $(4b - 1)^2 > -8b$;
3) $\dfrac{a^2 + 1}{2} \geqslant a$;   4) $\dfrac{m}{m^2 + 1} \leqslant \dfrac{1}{2}$.

**260.** Порівняйте число $m$ з нулем, якщо:

1) $2m < 3m$;   2) $m > 5m$;
3) $-m < -3m$;   4) $-4m > -5m$.

**261.** Доведіть нерівність:

1) $m^2 + n^2 - 2m - 4n + 5 \geqslant 0$;
2) $2x^2 - 10xy + 25y^2 \geqslant 0$.

**262.** Порівняйте вирази:

1) $a^3 - b^3$ і $ab(b - a)$, якщо $a \geqslant b$;

2) $m^2 + n^2$ і $\frac{1}{2}$, якщо $m + n = 1$.

**263.** Відстань від села до міста 20 км. Один з велосипедистів проїхав із села в місто й повернувся назад зі сталою швидкістю. Другий велосипедист їхав із села в місто зі швидкістю, на 1 км/год більшою за швидкість першого, а повертався назад зі швидкістю, на 1 км/год меншою від швидкості першого. Хто з велосипедистів витратив менше часу на дорогу?

**264.** Порівняйте площу квадрата, сторона якого дорівнює 6 см, із площею довільного прямокутника, що має такий самий периметр, як у квадрата.

**До § 2**

1 **265.** У яких нерівностях правильно перенесено доданок з однієї частини у другу:

1) $m + 2 > 5$,
$m > 5 + 2$;

2) $p - 7 \leqslant 2$,
$p \leqslant 2 + 7$;

3) $9 > t - 7$,
$9 + 7 > t$;

4) $10 \leqslant a + 5$,
$10 - 5 \leqslant a$?

2 **266.** Замініть зірочку знаком $>$ або $<$ так, щоб твердження було правильним:

1) якщо $p > -2$, то $-2 * p$;
2) якщо $2 < a$, $a < b$, то $2 * b$.

**267.** Порівняйте числа:

1) $x + 5$ і $y + 5$, якщо $x < y$;
2) $m - 2$ і $p - 2$, якщо $p > m$;
3) $-m$ і $-n$, якщо $m > n$;
4) $12a$ і $12b$, якщо $a \geqslant b$;
5) $-3k$ і $-3p$, якщо $p < k$;
6) $\frac{c}{5}$ і $\frac{d}{5}$, якщо $d \geqslant c$.

3 **268.** Відомо, що $a > b$. Розмістіть у порядку зростання числа $a + 3$; $b - 3$; $a + 1$; $a$; $b - 1$; $b$.

**269.** Відомо, що $x > y > 0$. Порівняйте:

1) $8x$ і $5y$;
2) $3x$ і $y$;
3) $-3x$ і $-y$;
4) $-5x$ і $-2y$.

**270.** Оцініть значення виразу, якщо $1,7 < \sqrt{3} < 1,8$:

1) $-2\sqrt{3}$;
2) $3 + \sqrt{3}$;
3) $4 - 5\sqrt{3}$;
4) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}$.

# ЗМІСТ