

**О.С. Істер**

**ЗБІРНИК НЕСКЛАДНИХ,  
АЛЕ КОРИСНИХ ВПРАВ  
З ГЕОМЕТРІЇ  
ДЛЯ 7–9 КЛАСІВ**



**ТЕРНОПІЛЬ  
НАВЧАЛЬНА КНИГА – БОГДАН**

УДК 512.1(075.3)  
ББК 22.1я72  
189

189 **Істер О.С.**  
Збірник нескладних, але корисних вправ з геометрії для 7–9 класів. — Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2010. — 112 с.

**ISBN 978-966-10-1675-9**

Посібник містить 930 нескладних, але корисних вправ з усього курсу геометрії 7–9 класів 12-річної школи. Переважну більшість вправ, запропонованих у посібнику, можна виконувати без додаткових записів на дошці чи рисунків, хоча посібник містить вправи, в яких додаткові записи є необхідними.

Абсолютна більшість вправ, запропонованих у посібнику або потребують миттєвої відповіді, або розв'язуються за допомогою 1–3 логічних кроків. Саме такі вправи складають першу частину завдань зовнішнього незалежного оцінювання. Тому посібник також принесе користь тим, хто готується до ЗНО.

Вчителям математики, учням 7–9 класів

ББК 22.1я72

*Охороняється законом про авторське право.  
Жодна частина цього видання не може бути відтворена  
в будь-якому вигляді без дозволу автора чи видавництва*

**ISBN 978-966-10-1675-9**

© Навчальна книга – Богдан,  
майнові права, 2010

## ПЕРЕДМОВА

Посібник містить 930 нескладних, але корисних вправ з усього курсу геометрії 7–9 класів 12-річної школи.

Переважну більшість вправ, запропонованих у посібнику, можна виконувати без додаткових записів на дошці чи рисунків, хоча посібник містить вправи, в яких додаткові записи (наприклад, додаткова побудова) є необхідними. Складніші вправи позначено зірочкою.

Абсолютна більшість вправ, запропонованих у посібнику або потребують миттєвої відповіді, або розв'язуються за допомогою 1–3 логічних кроків. Саме такі вправи складають першу частину завдань зовнішнього незалежного оцінювання. Тому посібник також принесе користь тим, хто готується до ЗНО.

Основна мета посібника — допомогти вчителю математики у доборі нескладних, але корисних вправ (в основному, початкового та середнього рівня навчальних досягнень) з шкільного курсу геометрії 7–9 класів. Саме таких вправ бракує у діючих підручниках. Ці вправи учитель може пропонувати на різних етапах навчання: під час повторення, актуалізації опорних знань, вивчення нового матеріалу та його закріплення. Посібник написано відповідно до програми, тому легко адаптується до будь-якого підручника.

Під час виконання запропонованих вправ учні закріплюють теоретичні знання, тренують пам'ять, підвищують свою логічну та загальноматематичну культуру. Нескладні вправи розвивають в учнів уважність, спостережливість, ініціативу, пробуджують інтерес до математики. Розв'язавши нескладну вправу, слабкий учень повинен повірити у свої сили, для середнього та сильного учня розв'язування таких вправ дозволить закласти фундамент для розв'язування складніших вправ.

У посібнику відсутні відповіді до вправ, тому вчитель, придбавши збірник на весь клас (або один примірник на парту), може використувати його як дидактичний матеріал.

Зауваження та пропозиції щодо цього збірника просимо надсилати на e-mail: [ister@i.com.ua](mailto:ister@i.com.ua)

Відвідайте сторінку автора в Інтернеті [www.i.com.ua/~ister](http://www.i.com.ua/~ister).

## 7 КЛАС

## РОЗДІЛ І. НАЙПРОСТІШІ ГЕОМЕТРИЧНІ ФІГУРИ ТА ЇХНІ ВЛАСТИВОСТІ

## Геометрична фігура. Точка і пряма та їхні властивості

- На рис. 1 зображено трикутник, квадрат і коло. Назвати точки, в яких перетинаються:
  - коло і трикутник;
  - трикутник і квадрат;
  - коло і квадрат;
  - усі три фігури.
- Чи перетинаються прямі  $AB$  і  $m$  на рис. 2?
  - Назвати всі точки, які належать прямій  $m$ ; прямій  $AB$ .
  - Назвати всі точки, які не належать прямій  $AB$ ; прямій  $m$ .
- Побудувати (на око) точку перетину прямих  $a$  і  $b$  (рис. 3). Перевірити свій окомір за допомогою лінійки.

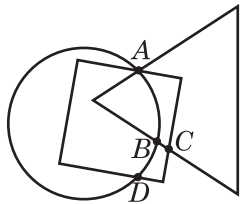


Рис. 1

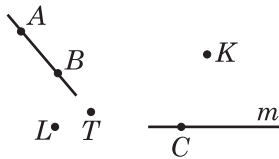


Рис. 2

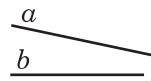


Рис. 3

- Назвати на рис. 4:
  - прямі, які не проходять через точку  $A$ ;
  - прямі, які проходять через точку  $B$ ;
  - прямі, яким точка  $M$  не належить;
  - прямі, які перетинаються в точці  $C$ , але не проходять через точку  $A$ ;
  - довільні три точки, які не належать одній прямій.

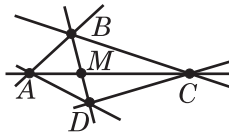



Рис. 4

- Визначити, які з тверджень, поданих нижче, правильні.
  - Дві прямі завжди перетинаються не менше, ніж в одній точці.
  - Через точку площини можна провести не менше, ніж 2011 прямих.
  - На кожній прямій можна вибрати принаймні 2012 точок.
  - Сполучивши попарно три дані точки на площині, завжди отримаємо три різні прямі.

## Відрізок. Основні властивості вимірювання відрізків

- Які з точок, позначених на рис. 5, лежать між двома іншими точками?
 
- Чи лежить точка  $C$  між  $A$  і  $B$ , якщо  $AB = 9$  см і
  - $AC = 2$  см,  $CB = 7$  см;
  - $AC = 2,7$  см,  $CB = 6,4$  см;
  - $AC = 3\frac{1}{7}$  см,  $CB = 5\frac{6}{7}$  см;
  - $AC = 10$  см,  $CB = 1$  см?
- $AB$  — відрізок прямої  $a$ . Точка  $C$  належить відрізку  $AB$ . Чи належить точка  $C$  прямій  $a$ ?
- $AB$  — відрізок прямої  $a$ . Точка  $C$  належить прямій  $a$ . Чи можна стверджувати, що  $C$  належить відрізку  $AB$ ?
- Назвати усі відрізки, зображені на рис. 6–8.

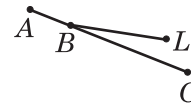


Рис. 6

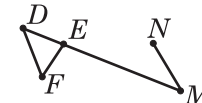


Рис. 7

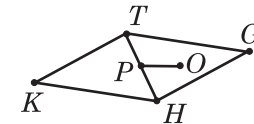


Рис. 8

- $AB$  — відрізок прямої  $a$ . Точка  $D$  належить прямій  $a$ . Чи належить точка  $D$  відрізку  $AB$ , якщо:
  - $DB > AB$ ;
  - $DB < AB$ ;
  - $AD + DB = AB$ ?
- Точка  $C$  лежить між точками  $A$  і  $B$ . Знайти невідому третю відстань між даними точками, якщо:
  - $AC = 2,3$  см,  $CB = 3,7$  см;
  - $CA = \frac{1}{7}$  см,  $AB = 5$  см;
  - $BA = 3,9$  см,  $BC = \frac{1}{4}$  см.

13. Точка  $M$  належить відрізку  $AB$ , і точка  $N$  належить відрізку  $AB$ . Точка  $M$  лежить між точками  $N$  і  $B$ . Що довше:  $AM$  чи  $AN$ ?
14. Чи можна на відрізку завдовжки 2 см розмістити 20012011 точок?
15. Яка з трьох точок  $A$ ,  $B$  і  $C$  лежить між двома іншими, якщо:  
1)  $AB = 2$  дм;  $BC = 30$  см;  $AC = 500$  мм;  
2)  $BA = 3\frac{1}{7}$  мм;  $BC = 7\frac{3}{7}$  мм;  $AC = 4\frac{2}{7}$  мм?
16. Знайти (на око) точки перетину прямої  $a$  з відрізками  $AB$  і  $CD$  на рис. 9. Результати перевірити за допомогою лінійки.
17. Знайти (на око) точку перетину відрізків  $AC$  і  $BD$  (рис. 10). Результат перевірити за допомогою лінійки.

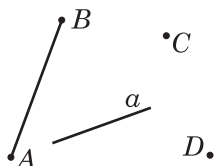


Рис. 9



Рис. 10

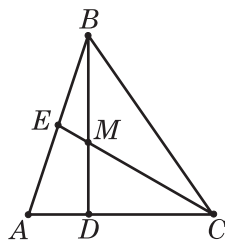


Рис. 11

- 18\*. На прямій послідовно позначені точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$  і  $D$ . Знайти  $AD$ , якщо  $AC = 2$  см,  $BD = 5$  см,  $BC = 1$  см.
- 19\*. Точки  $A$ ,  $B$  і  $C$  лежать на одній прямій. Знайти  $AB$ , якщо  $AC = 2,7$  см,  $BC = 1,5$  см. Скільки розв'язків має задача?
20. Підручник містить 300 сторінок. Як наближено знайти товщину однієї сторінки?
21. 1) Чи перетинаються відрізки  $BD$  і  $EC$ ;  $AC$  і  $BD$ ;  $EC$  і  $AC$  на рис. 11?  
2) Назвати два відрізки на рис. 11, які не перетинаються.
22. Використовуючи рис. 12, розв'язати задачі.  
1) Дано:  $AB = CD$ . Довести, що  $AC = BD$ ;  
2) Дано:  $AC = BD$ . Довести, що  $AB = CD$ .



Рис. 12

23. Використовуючи рис. 13, розв'язати задачі.  
1) Дано:  $AB = DE$ ,  $BC = CD$ . Довести, що  $AC = CE$ .  
2) Дано:  $AC = CE$ ,  $BC = CD$ . Довести, що  $AB = DE$ .
24. Дано:  $AB - BC = 7$  см,  $AC = 30$  см (рис. 14). Знайти  $AB$  і  $BC$ .
25. Дано:  $DE : EF = 2 : 3$ ,  $DF = 6$  см (рис. 15). Знайти  $DE$  і  $EF$ .
26. Дано:  $KL = LM$ ,  $MN = NO$  (рис. 16). Знайти:  
1)  $LN$ , якщо  $KO = 16$  см;  
2)  $KO$ , якщо  $LN = 7$  см.



Рис. 13



Рис. 14



Рис. 15



Рис. 16

27. Встановити (на око), який відрізок —  $AB$  чи  $CD$  — більший (рис. 17). Перевірити висновок вимірюванням.
28. На рис. 18 назвати:  
1) точки, між якими лежить точка  $K$ ;  
2) точки, які розділяють точки  $A$  і  $C$ ;  
3) точки, про які не можна сказати, що вони лежать між двома іншими. Навести приклад двох таких точок;  
4) точки, які лежать по різні боки від точки  $O$ .  
Навести приклад трьох точок, що лежать на одній прямій.

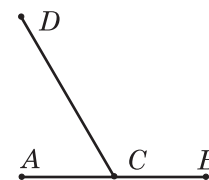


Рис. 17

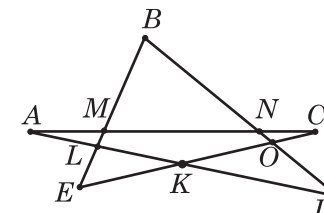


Рис. 18

### Півплощина

29. На рис. 18 назвати:  
1) пару точок, які лежать в одній і тій самій півплощині відносно прямої  $AC$  і відносно прямої  $BD$ ;

359. Кулька виготовлена зі скла. Її радіус — 3 см. Знайти з точністю до десятих грама масу цієї кульки, якщо маса  $1 \text{ см}^3$  скла дорівнює 3 г.
360. У прямокутнику, розміри якого 4 см і 8 см, вирізали в кожному куті по квадратику, сторона якого 1 см (рис. 492). Із частини, що залишилась, склали коробку у формі прямокутного паралелепіпеда, зігнувши поверхню по пунктирних лініях. Знайти об'єм утвореної коробки.
361. Знайти площу поверхні та об'єм тіла, зображеного на рис. 493.

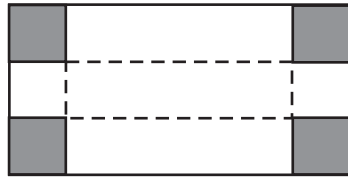


Рис. 492

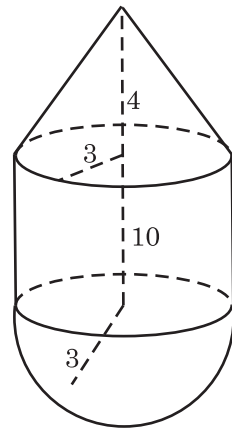


Рис. 493

## ЗМІСТ

Передмова ..... 3

### 7 клас

<b>Розділ I. Найпростіші геометричні фігури та їхні властивості</b> .....	<b>4</b>
Геометрична фігура. Точка і пряма та їхні властивості.....	4
Відрізок. Основні властивості вимірювання відрізків.....	5
Півплощина .....	7
Промінь.....	8
Кут. Основні властивості вимірювання кутів .....	9
Відкладання відрізків і кутів.....	10
Бісектриса кута.....	11
<b>Розділ II. Взаємне розташування прямих на площині</b> .....	<b>12</b>
Суміжні і вертикальні кути, їхні властивості.	
Кут між двома прямими, що перетинаються .....	12
Паралельні і перпендикулярні прямі, їхні властивості.....	14
Перпендикуляр. Відстань від точки до прямої.....	15
Кути, утворені при перетині двох прямих січною .....	15
Ознаки паралельності прямих .....	15
Властивості кутів, утворених при перетині паралельних прямих січною.....	16
<b>Розділ III. Трикутники</b> .....	<b>18</b>
Трикутник і його елементи. Рівність трикутників.....	18
Ознаки рівності трикутників .....	18
Види трикутників. Рівнобедрений трикутник, його властивості та ознаки .....	21
Висота, бісектриса і медіана трикутника.	
Властивості медіани рівнобедреного трикутника .....	22
Сума кутів трикутника .....	23
Зовнішній кут трикутника та його властивості.....	25
Прямокутний трикутник. Властивості прямокутних трикутників.....	26

Ознаки рівності прямокутних трикутників .....	27
Нерівність трикутника .....	28
<b>Розділ IV. Коло і круг. Геометричні побудови .....</b>	<b>30</b>
Коло. Круг .....	30
Дотична до кола, її властивості .....	31
Властивості бісектриси кута. Коло, вписане у трикутник .....	34
Властивості серединного перпендикуляра відрізка.	
Коло, описане навколо трикутника .....	35
Основні задачі на побудову .....	35
Поняття про геометричне місце точок. Метод геометричних місць .....	36

## 8 клас

<b>Розділ I. Чотирикутники .....</b>	<b>37</b>
Чотирикутник, його елементи .....	37
Паралелограм та його властивості. Ознаки паралелограма .....	39
Прямокутник, його властивості .....	43
Ромб, його властивості .....	45
Квадрат, його властивості .....	47
Вписані та центральні кути .....	48
Вписані та описані чотирикутники .....	50
Теорема Фалеса .....	50
Середня лінія трикутника, її властивості .....	51
Трапеція, її властивості .....	52
Середня лінія трапеції, її властивості .....	54
<b>Розділ II. Подібність трикутників .....</b>	<b>57</b>
Узагальнена теорема Фалеса .....	57
Подібні трикутники .....	58
Ознаки подібності трикутників .....	59
Подібність прямокутних трикутників. Середні пропорційні відрізки в прямокутному трикутнику .....	62
Властивість бісектриси трикутника .....	63
Пропорційність відрізків хорд і прямих, що перетинають коло .....	63

<b>Розділ III. Многокутники. Площі многокутників .....</b>	<b>65</b>
Многокутник та його елементи. Опуклі і неопуклі многокутники .....	65
Сума кутів опуклого многокутника .....	65
Поняття площі многокутника. Основні властивості площ .....	66
Площа прямокутника .....	67
Площа паралелограма .....	68
Площа трикутника .....	69
Площа трапеції .....	71
<b>Розділ IV. Розв'язування прямокутних трикутників .....</b>	<b>72</b>
Теорема Піфагора .....	72
Перпендикуляр і похила, їхні властивості .....	75
Синус, косинус і тангенс гострого кута прямокутного трикутника .....	76
Співвідношення між сторонами і кутами прямокутного трикутника .....	77
Значення синуса, косинуса і тангенса деяких кутів .....	78
Розв'язування прямокутних трикутників. Прикладні задачі .....	78

## 9 клас

<b>Розділ I. Розв'язування трикутників .....</b>	<b>81</b>
Синус, косинус, тангенс кутів від $0^\circ$ до $180^\circ$ .	
Тригонометричні тотожності .....	81
Теорема косинусів .....	82
Теорема синусів .....	83
Співвідношення між кутами і протилежними сторонами трикутника .....	84
Розв'язування трикутників. Прикладні задачі .....	84
Формули для знаходження площі трикутника і паралелограма .....	86
Формули для радіусів вписаного і описаного кіл трикутника .....	88
<b>Розділ II. Правильні многокутники .....</b>	<b>89</b>
Правильні многокутники .....	89
Формули радіусів вписаних і описаних кіл правильних многокутників .....	90

Побудова деяких правильних многокутників .....	90
Довжина кола. Довжина дуги кола .....	91
Радіанна міра кута .....	92
Площа круга та його частин .....	93
<b>Розділ III. Декартові координати на площині .....</b>	<b>95</b>
Прямокутна система координат на площині .....	95
Координати середини відрізка. Відстань між двома точками із заданими координатами .....	97
Рівняння кола .....	98
Рівняння прямої .....	100
Розміщення прямої відносно системи координат .....	100
Кутовий коефіцієнт у рівнянні прямої .....	102
<b>Розділ IV. Геометричні перетворення .....</b>	<b>103</b>
Переміщення та його властивості .....	103
Симетрія відносно точки .....	103
Симетрія відносно прямої .....	105
Поворот .....	106
Паралельне перенесення .....	107
Рівність фігур .....	107
Перетворення подібності та його властивості. Гомотетія. Подібність фігур. ....	108
Площі подібних фігур .....	109
<b>Розділ V. Вектори на площині .....</b>	<b>110</b>
Вектор. Модуль і напрям вектора. Рівність векторів .....	110
Координати вектора .....	110
Додавання і віднімання векторів .....	112
Множення вектора на число .....	113
Колінеарні вектори .....	114
Скалярний добуток векторів . Кут між векторами .....	115
Розв'язування задач за допомогою координат та векторів .....	116
<b>Розділ VI. Початкові відомості стереометрії .....</b>	<b>117</b>
Взаємне розташування прямих у просторі .....	117
Взаємне розташування площин .....	117
Взаємне розташування прямої і площини .....	118
Перпендикуляр до площини .....	118
Многогранник .....	119
Пряма призма. Площа поверхні і об'єм прямої призми .....	119

Піраміда. Площа поверхні і об'єм піраміди .....	120
Циліндр. Площа поверхні і об'єм циліндра .....	120
Конус. Площа поверхні і об'єм конуса .....	121
Куля. Площа поверхні і об'єм кулі .....	121
Розв'язування задач на обчислення площ поверхонь і об'ємів, у тому числі прикладного характеру .....	121