

**О.С. Істер**

**ЗБІРНИК НЕСКЛАДНИХ,  
АЛЕ КОРИСНИХ ВПРАВ  
З АЛГЕБРИ ТА ГЕОМЕТРІЇ  
ДЛЯ 10 КЛАСУ**



**ТЕРНОПІЛЬ  
НАВЧАЛЬНА КНИГА – БОГДАН**

УДК 512.1(075.3)  
ББК 22.1я72  
189

**Істер О.С.**  
189 Збірник нескладних, але корисних вправ з алгебри та геометрії для 10 класу. — Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2010. — 80 с.

**ISBN 978-966-10-1673-5**

Посібник містить 487 нескладні, але корисні вправи з усього курсу алгебри та геометрії 10 класу. Переважну більшість вправ, запропонованих у посібнику, можна виконувати без додаткових записів на дошці чи рисунків, хоча посібник містить вправи, в яких додаткові записи є необхідними

Абсолютна більшість вправ, запропонованих у посібнику, або потребує миттєвої відповіді, або розв'язується за допомогою 1–3 логічних кроків. Саме такі вправи складають першу частину завдань зовнішнього незалежного оцінювання (ЗНО). Тому посібник також принесе користь тим, хто готується до ЗНО.

Вчителям математики, учням 10 класів

ББК 22.1я72

*Охороняється законом про авторське право.  
Жодна частина цього видання не може бути відтворена  
в будь-якому вигляді без дозволу автора чи видавництва*

**ISBN 978-966-10-1673-5**

© Навчальна книга – Богдан,  
майнові права, 2010

## ПЕРЕДМОВА

Посібник містить 487 нескладні, але корисні вправи з усього курсу алгебри та геометрії 10 класу.

Переважну більшість вправ, запропонованих у посібнику, можна виконувати без додаткових записів на дошці чи рисунків, хоча посібник містить вправи, в яких додаткові записи (наприклад, додаткова побудова в геометричній задачі) є необхідними. Складніші вправи позначено зірочкою.

Абсолютна більшість вправ, запропонованих у посібнику або потребує миттєвої відповіді, або розв'язується за допомогою 1–3 логічних кроків. Саме такі вправи складають першу частину завдань зовнішнього незалежного оцінювання (ЗНО). Тому посібник також принесе користь тим, хто готується до ЗНО.

Основна мета посібника — допомогти вчителю математики у добірї нескладних, але корисних вправ (в основному, початкового та середнього рівнів навчальних досягнень) зі шкільного курсу алгебри та геометрії 10 класу. Саме таких вправ бракує у діючих підручниках. Ці вправи учитель може пропонувати на різних етапах навчання: під час повторення, актуалізації опорних знань, вивчення нового матеріалу та його закріплення. Посібник написано відповідно до програми, тому легко адаптується до будь-якого підручника.

Під час виконання запропонованих вправ учні закріплюють теоретичні знання, тренують пам'ять, підвищують свою логічну та загальноматематичну культуру. Нескладні вправи розвивають в учнів уважність, спостережливість, ініціативу, пробуджують інтерес до математики. Розв'язавши нескладну вправу, слабкий учень повинен повірити у свої сили, для середнього та сильного учня розв'язування таких вправ дозволить закласти фундамент для розв'язування складніших вправ.

У посібнику відсутні відповіді до вправ, тому вчитель, придбавши збірник на весь клас (або один примірник на парту), може використовувати його як дидактичний матеріал.

Зауваження та пропозиції щодо цього збірника просимо надсилати на e-mail: [ister@i.com.ua](mailto:ister@i.com.ua).

Відвідайте сторінку автора в Інтернеті [www.i.com.ua/~ister](http://www.i.com.ua/~ister).

# АЛГЕБРА

## РОЗДІЛ І. ФУНКЦІЇ, РІВНЯННЯ І НЕРІВНОСТІ

### Множина

- Назвіть елементи множин:  
1)  $A = \{1, 2, 7, 8\}$ ; 2)  $B = \{*, \Delta, \square\}$ ; 3)  $C = \{M, K, O, H, \Pi\}$ .
- Назвіть множини, перелічивши їх елементи:  
1) одноцифрові натуральні числа, кратні 3;  
2) корені рівняння  $x^2 - 1 = 0$ ;  
3) двоцифрові натуральні числа, запис яких складається з двох однакових цифр.
- Яка з множин —  $A$  чи  $B$  — містить більше елементів:  
 $A = \{*, \Delta, \square, \otimes\}$ ;  $B = \{1, T, M\}$ ?
- Які способи задання множин Ви знаєте?
- $A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ . Яка характерна властивість множини  $A$ ?
- Множина  $B$  складається із двоцифрових натуральних чисел, які при діленні на 11 дають остачу 2. Перерахуйте всі елементи множини  $B$ .
- Множина  $A$  складається з розв'язків рівняння  $|x| + 1 = 0$ . Що це за множина?
- Наведіть приклади порожніх множин.

### Підмножини даної множини

- Чи правильні твердження ( $C$  — множина комплексних чисел):  
1)  $N \subset Z$       2)  $Q \subset Z$ ;      3)  $Z \subset C$ ;  
4)  $Q \subset N$ ;      5)  $R \subset C$ ;      6)  $N \subset R$ .
- Чи правильне твердження  $A \subset B$  для множин:  
1)  $A = \{1, 2\}$ ,  $B = \{1, 2, 8\}$ ;  
2)  $A = \{\Delta, \square\}$ ,  $B = \{\square, \otimes\}$ ;  
3)  $A = \{A, B, V\}$ ,  $B = \{A\}$ ;

4)  $A$  — порожня множина,  $B = \{*\}$ ;

5)  $A$  — множина простих чисел,  $B$  — множина натуральних чисел.

- Множина  $A$  складається з розв'язків рівняння  $2x - 4 = 0$ , а множина  $B$  — з розв'язків рівняння  $\frac{3x}{7} = \frac{6}{7}$ . Чи правильно, що множина  $A$  є підмножиною множини  $B$ ? А навпаки?
- Назвати всі підмножини множини  $A = \{1, 2, 3\}$ .

### Об'єднання і переріз множин

- Знайти об'єднання та переріз множин:  
1)  $A = \{1, 2, 3\}$  та  $B = \{2, 3, 7\}$ ;  
2)  $A = \{\Delta, \square, *\}$  та  $B = \{*, \Delta, \otimes\}$ ;  
3) розв'язків рівнянь  $x^2 - 4 = 0$  та  $x^2 + 2x - 8 = 0$ ;  
4) розв'язків рівнянь  $x^2 - 1 = 0$  та  $x^2 + 1 = 0$ ;  
5) розв'язків рівнянь  $x^2 - 1 = 0$  та  $x^2 - 5x + 6 = 0$ .
- \* Знайти об'єднання та переріз множин  $A$  і  $B$ , якщо  $A \subset B$ .
- Знайти об'єднання та переріз відрізків  $[-1; 2]$  та  $[0; 7]$ .

### Віднімання та доповнення множин

- Знайти  $A \setminus B$ , якщо:  
1)  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{2, 7, 8\}$ ;  
2)  $A = \{4, 5, 6\}$ ,  $B = \{1, 2, 3\}$ ;  
3)  $A = \{\Delta, \square\}$ ,  $B = \{\otimes, \square\}$ .
- Дано:  $A = \{1, 2, 4, 7, 8\}$ ,  $B = \{1, 8\}$ . Знайти доповнення множини  $B$  відносно множини  $A$ .

### Множина дійсних чисел. Дійсні числа та обчислення

- Які з чисел  $\sqrt{8}$ ;  $-2\frac{1}{5}$ ;  $105$ ;  $-4,(41)$ ;  $\pi$ ;  $0,0303303330\dots$ ;  $12$ ;  $-5,3$ ;  $0$ ;  
 $\sqrt{3}$ ;  $-\sqrt{\frac{36}{49}}$ ;  $0,555\dots$   
1) натуральні;      2) цілі недодатні;  
3) раціональні від'ємні;      4) ірраціональні?

19. Які з висловлень правильні?

- 1) різниця двох цілих чисел — ціле число;
- 2) частка двох раціональних чисел — число раціональне;
- 3) будь-яке ціле число є натуральним;
- 4) різниця двох цілих від'ємних чисел — число ціле від'ємне;
- 5) множина дійсних чисел складається з чисел додатних і від'ємних.

20. Порівняти:

- 1)  $\pi$  і 3,1;
- 2)  $\pi$  і 3,2;
- 3)  $\sqrt{2}$  і 1, 41;
- 4) 1,42 і  $\sqrt{2}$ ;
- 5)  $-\sqrt{3}$  і -1,7;
- 6)  $-\sqrt{3}$  і -1,8.

21. Виконайте дію:

- 1)  $0,294 + 0,38$ ;
- 2)  $7,172 - 2,19$ ;
- 3)  $0,75 \cdot 3,6$ ;
- 4)  $2,49 \cdot 5,7$ ;
- 5)  $28,2 : 5$ ;
- 6)  $10,45 : 2,5$ .

22. Знайти значення виразу:

- 1)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ ;
- 2)  $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}$ ;
- 3)  $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ ;
- 4)  $\frac{2}{5} + \frac{3}{4}$ ;
- 5)  $1 + \frac{2}{5}$ ;
- 6)  $1 - \frac{1}{5}$ ;
- 7)  $1 - \frac{2}{3}$ ;
- 8)  $\frac{1}{3} - \frac{1}{5}$ ;
- 9)  $\frac{2}{5} - \frac{1}{4}$ ;
- 10)  $\frac{9}{10} + 0,1 - \frac{4}{5}$ ;
- 11)  $7 - \frac{8}{9} + \frac{2}{3}$ ;
- 12)  $0,2 + \frac{4}{5} - \frac{1}{10}$ ;
- 13)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{12}$ ;
- 14)  $3\frac{1}{2} + 4\frac{1}{2} - 5\frac{1}{4}$ ;
- 15)  $8 \cdot \frac{1}{4}$ ;
- 16)  $0,1 \cdot 6$ ;
- 17)  $2 \cdot \frac{4}{7}$ ;
- 18)  $5\frac{1}{4} \cdot 8$ ;
- 19)  $\frac{1}{4} : 2$ ;
- 20)  $3 : \frac{1}{7}$ ;
- 21)  $\frac{16}{81} : 32$ ;
- 22)  $\frac{5}{22} : 15$ ;
- 23)  $0,1 : 5$ ;
- 24)  $0,2 : 4$ ;
- 25)  $1 : \frac{1}{3}$ ;
- 26)  $3 : \frac{3}{17}$ ;
- 27)  $4 : 0,3$ ;
- 28)  $50 : \frac{100}{101}$ ;
- 29)  $10 : 2\frac{1}{2}$ ;
- 30)  $7 : 3\frac{1}{2}$ ;
- 31)  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$ ;
- 32)  $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{8}$ ;
- 33)  $\frac{8}{15} \cdot \frac{5}{4}$ ;

- 34)  $0,1 \cdot \frac{20}{63}$ ;
- 35)  $2\frac{1}{3} \cdot 3\frac{1}{5}$ ;
- 36)  $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5}$ ;
- 37)  $\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{70}{99}$ ;
- 38)  $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$ ;
- 39)  $\frac{3}{4} : \frac{8}{9}$ ;
- 40)  $0,1 : \frac{4}{5}$ ;
- 41)  $\frac{5}{16} : 0,01$ ;
- 42)  $2\frac{1}{3} : 1\frac{1}{5}$ ;
- 43)  $\frac{1}{2} : \frac{1}{2} : 3$ ;
- 44)  $\frac{1}{4} : \frac{1}{8} : \frac{1}{16}$ ;
- 45)  $\left(6\frac{1}{4} - 3\frac{1}{2}\right) : \frac{1}{16}$ ;
- 46)  $\frac{3}{5} + \frac{3}{7} : \frac{1}{7} - 3\frac{3}{5}$ ;
- 47)  $\frac{3}{8} : \frac{9}{4} \cdot \frac{15}{16}$ ;
- 48)  $\left(1,1 + 2\frac{4}{5}\right) \cdot 10 : \frac{39}{80}$ ;
- 49)  $\frac{3}{19} : 1 \cdot 0,19$ ;
- 50)  $1 : \frac{4}{5} \cdot \frac{8}{15}$ ;
- 51)  $\frac{7}{81} \cdot 0 + \frac{1}{10} : 10$ .

23. Обчислити:

- 1)  $|-3|$ ;
- 2)  $|15|$ ;
- 3)  $|0|$ ;
- 4)  $|\sqrt{2} - 1|$ ;
- 5)  $|3,1 - \pi|$ ;
- 6)  $|\sqrt{3} - 2| + |\sqrt{3} - 1|$ .

24. Мотоцикл рухається зі швидкістю 60 км/год. Який шлях проїде мотоцикл за:

- 1) 5 год;
- 2) 1,5 год;
- 3) 15 хв;
- 4) 2 год 45 хв?

25. Обчислити:

- 1)  $(\sqrt{3})^2$ ;
- 2)  $\left(\frac{1}{3}\sqrt{3}\right)^2$ ;
- 3)  $\left(-\frac{1}{2}\sqrt{44}\right)^2$ ;
- 4)  $\sqrt{4,7^2}$ ;
- 5)  $\sqrt{(-3,8)^2}$ ;
- 6)  $2 \cdot \sqrt{(-15)^2}$ ;
- 7)  $\sqrt{9 \cdot 16}$ ;
- 8)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{18}$ ;
- 9)  $\sqrt{\frac{5}{7}} \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{\frac{1}{5}}$ ;
- 10)  $\sqrt{\frac{64}{81}}$ ;
- 11)  $\sqrt{1\frac{24}{25}}$ ;
- 12)  $\frac{\sqrt{99}}{\sqrt{11}}$ ;

### Відсоткові розрахунки

26. Запишіть відсотки десятковим дробом:

- 1) 5%;
- 2) 17%;
- 3) 50%;
- 4) 73%;
- 5) 115%;
- 6) 227%.

27. З молока виходить 18% вершків. Скільки вершків можна одержати із 50 кг молока?

# ЗМІСТ

Передмова .....	3
<b>Алгебра</b>	
<b>Розділ I. Функції, рівняння і нерівності .....</b>	<b>4</b>
Множина.....	4
Підмножини даної множини.....	4
Об'єднання і переріз множин.....	5
Віднімання та доповнення множин.....	5
Множина дійсних чисел. Дійсні числа та обчислення.....	5
Відсоткові розрахунки.....	7
Числові функції. Способи задання числових функцій. Область визначення, область (множина) значень функції. Нулі функції, проміжки знакосталості функції. Найбільше та найменше значення функції. Графік функції.....	8
Зростаючі і спадні, парні і непарні функції.....	10
Неперервність функцій.....	12
Властивості і графіки основних видів функцій.....	13
Побудова графіків функцій за допомогою геометричних перетворень відомих графіків функцій.....	13
Обернена функція.....	14
Рівносильні перетворення рівнянь. Рівняння-наслідки. Застосування властивостей функцій до розв'язування рівнянь....	14
Рівносильні перетворення нерівностей.....	15
Метод інтервалів.....	15
Рівняння і нерівності, що містять знак модуля.....	16
Рівняння і нерівності з параметрами.....	16
<b>Розділ II. Степенева функція.....</b>	<b>16</b>
Корінь $n$ -го степеня. Арифметичний корінь $n$ -го степеня та його властивості. Перетворення коренів. Дії над коренями.....	16
Функція $y = \sqrt[n]{x}$ та її графік.....	19
Ірраціональні рівняння.....	19
Ірраціональні нерівності.....	20
Система ірраціональних рівнянь.....	20

Степінь з раціональним показником та його властивості. Перетворення виразів, які містять степінь з раціональним показником.....	21
Степенева функція, її графік та властивості.....	22
<b>Розділ III. Тригонометричні функції .....</b>	<b>23</b>
Синус, косинус, тангенс, котангенс кута.....	23
Радіанне вимірювання кутів.....	24
Тригонометричні функції числового аргументу.....	25
Властивості синуса, косинуса, тангенса і котангенса.....	26
Періодичність тригонометричних функцій.....	28
Властивості тригонометричних функцій.....	28
Основні співвідношення між тригонометричними функціями одного аргументу.....	29
Формули зведення.....	30
Властивості та графіки тригонометричних функцій.....	32
Гармонічні коливання.....	34
Формули додавання.....	35
Формули подвійного аргументу.....	36
Формули перетворення суми і різниці тригонометричних функцій у добуток.....	38
Формули пониження степеня. Формули половинного аргументу.....	39
Формули перетворення добутку тригонометричних функцій у суму.....	39
<b>Розділ IV. Тригонометричні рівняння і нерівності.....</b>	<b>40</b>
Обернені тригонометричні функції: означення, властивості, графіки.....	40
Найпростіші тригонометричні рівняння.....	42
Основні способи розв'язування тригонометричних рівнянь.....	44
Основні способи розв'язування систем рівнянь.....	45
Найпростіші тригонометричні нерівності.....	45
<b>ГЕОМЕТРИЯ</b>	
<b>Розділ I. Систематизація та узагальнення фактів і методів плані- метрії.....</b>	<b>47</b>
Аксиоми планіметрії. Система опорних фактів курсу планіметрії. Геометричні і аналітичні методи розв'язування планіметричних задач.....	47

Приклади застосування координат і векторів до розв'язування планіметричних задач та складання рівнянь чи систем рівнянь за умовою геометричної задачі. ....	48
<b>Розділ II. Вступ до стереометрії.....</b>	<b>49</b>
Основні поняття стереометрії. Аксиоми стереометрії та наслідки з них. Просторові геометричні фігури. Приклади не плоских просторових фігур.....	49
Найпростіші задачі на побудову перерізів куба, прямокутного паралелепіпеда, піраміди .....	52
<b>Розділ III. Паралельність прямих і площин у просторі .....</b>	<b>52</b>
Розміщення двох прямих у просторі: прямі, що перетинаються, паралельні, мимобіжні прямі. ....	52
Розміщення прямої та площини у просторі: пряма і площина, що перетинаються, паралельні пряма і площина. Ознака паралельності прямої та площини.....	54
Паралельне проектування, його властивості. Зображення плоских і просторових фігур у стереометрії. ....	56
<b>Розділ IV. Перпендикулярність прямих і площин у просторі.....</b>	<b>57</b>
Перпендикулярність прямих у просторі.....	57
Перпендикулярність прямої та площини. Ознака перпендикулярності прямої та площини. ....	58
Перпендикуляр і похила .....	61
Теорема про три перпендикуляри.....	63
Двогранний кут .....	65
Перпендикулярність площин. Ознака перпендикулярності площин. Залежність між паралельністю та перпендикулярністю прямих і площин .....	66
Відстані у просторі: від точки до прямої, від точки до площини, від прямої до паралельної їй площини, від точки до фігури, між паралельними площинами, між мимобіжними прямими, між двома фігурами. ....	67
Кут між мимобіжними прямими .....	68
Кут між прямою і площиною.....	69
Кут між площинами.....	71
Ортогональне проектування. Площа ортогональної проекції многокутника .....	72



*Навчальне видання*

ІСТЕР Олександр Семенович

**ЗБІРНИК НЕСКЛАДНИХ,  
АЛЕ КОРИСНИХ ВПРАВ  
З АЛГЕБРИ ТА ГЕОМЕТРІЇ  
ДЛЯ 10 КЛАСУ**

Головний редактор *Богдан Будний*

Редактор *Володимир Дячун*

Художник обкладинки *Ростислав Крамар*

Комп'ютерна верстка *Андрія Кравчука*

Підписано до друку 19.09.2010. Формат 60x84/16. Папір офсетний.  
Гарнітура Century Schoolbook. Друк офсетний.  
Умовн. друк. арк. \_\_\_\_ Умовн. фарбо-відб. \_\_\_\_  
[В. 1].

Видавництво «Навчальна книга — Богдан»  
Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців  
ДК № 370 від 21.03.2001 р.

Навчальна книга — Богдан, а/с 529, м. Тернопіль 46008  
тел./факс (0352) 52-06-07; 52-05-48; 52-19-66  
*publishing@budny.te.ua*  
[www.bohdan-books.com](http://www.bohdan-books.com)